

*Piotr Blaszczyk*

Instytut Matematyki

Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie

ORCID 0000-0002-3501-3480

*Stanisław Domoradzki*

Kolegium Nauk Humanistycznych

Uniwersytet Rzeszowski

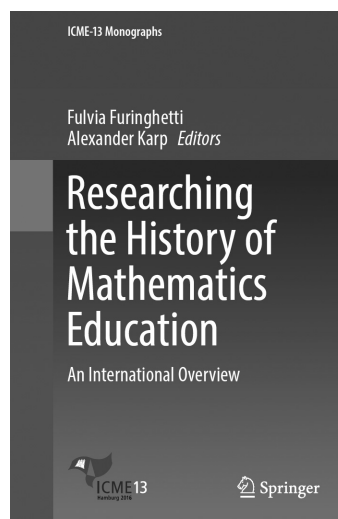
ORCID 0000-0002-6511-0812

*Marlena Fila*

Instytut Matematyki

Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie

ORCID 0000-0001-6273-9220



**Refleksje o książce: *Researching the History of Mathematics Education. An International Overview*, red. Fulvia Furinghetti, Alexander Karp, Springer 2018, ss. 314 +XV, ilustr.**

Recenzowana książka została wydana w serii *ICME Monographs*. Kolejne rozdziały przygotowano w oparciu o referaty wygłoszone w trakcie *13th International Congress on Mathematical Education (ICME-13)*, w ramach sekcji poświęconej historii nauczania i uczenia się matematyki. We *Wstępie* redaktorzy podają, że historia nauczania matematyki narodziła się w 1906 r., kiedy to przedłożono pierwsze doktoraty z tej dziedziny. Impetu nabrała jednak dopiero w 2004 r., gdy na konferencji ICME-10 powołano odpowiednią grupę roboczą, a następnie, gdy do obiegu międzynarodowego wprowadzono pismo „International Journal on the History of Mathematics”. Kolejne ważne osiągnięcie w tym zakresie, to wydanie *Handbook on the history of mathematics education* (2014) pod redakcją Fulvii Furinghetti oraz Alexandra Karpa.

Recenzowany tom zawiera 14 rozdziałów poświęconych bardzo szczegółowym kwestiom z zakresu historii nauczania matematyki. Są one podobnej objętości (około 20 stron) i co znamienne, w większości przedstawiają wybrany podręcznik, czasopismo, czy też postać nauczyciela matematyki na tle szeroko zarysowanej sytuacji społecznej, politycznej i gospodarczej. Rozdziały I, II, IV, X poświęcono wdrażaniu programu *New Math* w Islandii, Francji i Brazylii, Belgii oraz Szwecji.

Od strony metodologicznej wszystkie rozdziały podporządkowane są założeniom wypracowanym przez Gerta Schubringa w pracach: *On the methodology of*

*analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author* (1987) oraz *Theoretical categories for investigations in the social history of mathematics education and some characteristic patterns* (1988). Ta jednolitość metodologiczna sprawia, że mamy faktycznie do czynienia z monografią, a nie zbiorem referatów zaprezentowanych na jednej z konferencji.

Niżej przedstawiamy uwagi o kolejnych rozdziałach książki.

**Rozdział I. Kristín Bjarnadóttir, *Influences from the 1959 Royaumont Seminar. Proposals on Arithmetic and Algebra Teaching at Lower-Secondary Level in Iceland*, s. 1–22.**

W listopadzie 1959 r., w podparyskim zamku Royaumont odbyło się pierwsze z serii spotkań, w trakcie których matematycy, nauczyciele, psychologowie, pedagodzy dyskutowali o zmianach programów i metod nauczania matematyki. Z biegiem czasu spotkania te zaczęto nazywać „seminarium Royaumont”.

Na podstawie wytycznych seminarium przygotowano projekt reformy nauczania matematyki. Podstawowym celem reformy było zaangażowanie większej liczby osób o wykształceniu matematycznym w tworzenie społeczeństwa industrialnego. Pracom seminarium przewodniczył amerykański matematyk Marshall Stone (1903–1989). Znaczący wpływ na wypracowany wówczas plan mieli: Jean Piaget (1896–1980), André Lichnerowicz<sup>1</sup> (1915–1998) – wnuk polskiego powstańca styczniowego, który wyemigrował do Francji – oraz matematycy z grupy Bourbaki, Jean Dieudonné (1906–1992) i Gustave Choquet (1915–2006). Zgodnie z zaleceniami seminarium, nowymi zagadnieniami w programach szkolnych miały być: algebra abstrakcyjna, przestrzenie wektorowe, teoria zbiorów, rachunek prawdopodobieństwa, statystyka oraz matematyka dyskretna. Symbolika matematyczna oraz logika miały nadać matematyce jednolitość i spójność. Reformie nadano nazwę *New Math*.

Omawiany rozdział poświęcono wprowadzaniu postulatów *New Math* w Islandii, szczególną uwagę zwrócono na podręczniki szkolne. Przeprowadzone rozważania pozwoliły sformułować następujące wnioski: (1) autorzy podręczników byli urzeczeni ideą Piageta stanowiącą, że struktury umysłu odpowiadają strukturom nowoczesnej matematyki (w wersji Bourbakiego); (2) realizowano ideę Choqueta, by wprowadzać do nauczania szkolnego różne struktury liczbowe i algebraiczne.

Generalna ocena reformy *New Math* w Islandii jest pozytywna. Przełamała ona – w ocenie autorki – stagnację systemu nauczania, jaka panowała do lat 60., ożywiła zainteresowanie liczbami pierwszymi, ukazała związek między algebrą i geometrią, wprowadziła do nauczania rachunek prawdopodobieństwa, statystykę oraz konstrukcje teorio-mnogościowe. Co ciekawe, w Polsce idei *New Math*

<sup>1</sup> W 1967 r. rząd francuski powołał specjalną komisję, pod nazwą *Lichnerowicz Commission*, której zadaniem było dopracowanie projektu reformy *New Math*.

zdecydowanie nie podzielali Hugo Steinhaus (1887–1972) i Danuta Gierulanka (1909–1995)<sup>2</sup>. Warto też zaznaczyć, że Choquet – absolwent *École normale supérieure* – po II wojnie światowej przybył w ramach pomocy naukowej do Polski.

## **Rozdział II. Elisabete Zardo Búrigo, *Real Numbers in School: 1960s Experiments in France and Brazil*, s. 23–43.**

Drugi rozdział recenzowanej monografii poświęcono porównaniu sposobów wprowadzenia liczb rzeczywistych do programów nauczania szkół średnich we Francji i Brazylii. W latach 60. XX w., a więc w czasie wdrażania *New Math*, w obu krajach wydłużono czas obowiązkowej edukacji i zreformowano cztero-letni cykl kształcenia w szkołach średnich. Mimo iż programy nauczania były podobne, sposoby wprowadzenia ich do praktyki szkolnej – istotnie różne.

Opracowanie ma charakter porównawczy i jest częścią ogólnych badań nad reformami edukacji matematycznej przeprowadzonymi we Francji i Brazylii na przełomie lat 60. i 70. XX w. Autorka próbuje odpowiedzieć na pytania: W jakim stopniu zmiany w programach nauczania matematyki można było uznać za skutki międzynarodowych trendów? Dlaczego wprowadzone zmiany były krótkotrwałe we Francji, a stałe w Brazylii? W jaki sposób lokalna i międzynarodowa dynamika wpływały na realizację reform?

Przeprowadzone rozważania pozwoliły wysnuć m.in. następujące wnioski: (1) wprowadzone we Francji podejście do liczb rzeczywistych, oparte na pojmowaniu liczb rzeczywistych jako rozszerzenia zbioru liczb wymiernych, było podejściem nowatorskim i uznano je za udane; (2) w powstających w Brazylii „nowoczesnych” podręcznikach najbardziej popularnym było przedstawienie liczby rzeczywistej jako punktu na osi liczbowej; (3) w obu krajach dyskusja o prawdziwej naturze liczby rzeczywistej została odłożona na wyższy poziom edukacji.

## **Rozdział III. Marion Cousin, *The Revolution in Mathematics Education During the Meiji Era (1868–1912): A Study of the Textbooks Used to Teach Computation, Geometry and Algebra*, s. 45–60.**

W latach 1603–1868, czyli w okresie Edo (faktyczną władzę w Japonii sprawowali wówczas sioguni z rodu Tokugawa), Japonia była dobrze prosperującym, ale również izolowanym krajem. Dopiero gdy w połowie XIX w. amerykańska flota zmusiła Japonię do otwarcia swoich szlaków morskich, kraj został włączony w system zachodniej wymiany handlowej.

W rezultacie, w okresie Meiji (okres w historii Japonii przypadający na lata panowania cesarza Mutsuhito, 1868–1912) odnotowano przyspieszoną moderni-

<sup>2</sup> Danuta Gierulanka – matematyk z wykształcenia, prowadziła na Uniwersytecie Jagiellońskim badania i prace dotyczące poznania geometrycznego, rozumienia pojęć geometrycznych. Wielka szkoda, że jej badania były marginalizowane.

zacje: zamierzano szybko zwiększyć potencjał gospodarczy i wojskowy, aby re-negocjować traktaty, do których podpisania zmuszono Japonię pod koniec epoki Edo. Na podstawie *Dekretu o Edukacji* (1872) nakazano nauczycielom korzystanie wyłącznie z zachodnich podręczników. W konsekwencji w szkołach podstawowych zarzucono rachunki na liczydłach i skoncentrowano się na obliczeniach pisemnych. W szkołach średnich wprowadzono geometrię Euklidesa i rozumowania dedukcyjne. Warto zaznaczyć, że pojęcia definicji, aksjomatu oraz dowodu w tradycji japońskiej matematyki wcześniej w ogóle nie występowały.

Na wyższym poziomie edukacji wprowadzono algebrę zachodnią i związaną z nią notację symboliczną. W odróżnieniu od Chin, gdzie w przekładach tekstów zachodnich z zakresu algebry wykorzystywano lokalną tradycję, w Japonii całkowicie przyjęto zachodni system notacji wraz z alfabetem łacińskim wykorzystywanym do oznaczania wartości stałych i zmiennych oraz z zasadą, że formuły są zapisywane horyzontalnie, podczas gdy tekst – wertykalnie.

Rozdział jest wręcz fascynujący, zwłaszcza w części poświęconej przekładom twierdzeń Euklidesa oraz notacji algebraicznej na język japoński.

#### **Rozdział IV. Dirk De Bock, Geert Vanpaemel, *Early Experiments with Modern Mathematics in Belgium. Advanced Mathematics Taught from Childhood?*, s. 61–77.**

Rozdział poświęcono analizie trzech eksperymentów przeprowadzonych w Belgii w ramach reformy *New Math*, na przełomie lat 50. i 60. XX w.

Pierwszy z eksperymentów przeprowadzili Frédérique Lenger i Madeleine Lepropre. Miało to miejsce w roku szkolnym 1958/1959, a eksperyment polegał na rozpoczęciu kursu matematyki od wprowadzenia podstawowych pojęć teorii zbiorów (związanych z genezą liczb naturalnych) oraz od topologii jako podstawy do badania geometrii. W drugiej części kursu nauczano arytmetyki i geometrii. Treści arytmetyczne obejmowały operacje na liczbach naturalnych, własności działań i ich zastosowanie w systemie dziesiętnym, natomiast treści geometryczne traktowały o pojęciach topologicznych (figura otwarta, domknięta, wnętrze, zewnątrz) oraz przekształceniach geometrycznych na płaszczyźnie.

W drugim eksperymencie uczestniczył Georges Papy, profesor na *Université libre de Bruxelles*. Badaniu poddano nauczanie polegające na stosunkowo wczesnym odrzuceniu przykładów konkretnych i zwróceniu się ku podejściu formalnemu w stylu Bourbakiego. Szczególnie ceniono tutaj naukę abstrakcyjnego i symbolicznego języka matematycznego, co pozostawiało niewiele miejsca na intuicję.

Trzeci eksperyment został przeprowadzony przez Paula Liboisa. Libois, w opozycji do Papy'ego, krytykował nadmierne hołdowanie abstrakcji samej dla siebie. W zamian proponował intuicyjne podejście do nauczania matematyki oparte na konkretnych działaniach uczniów. Ważne było dla niego przejście od

konkretu do abstraktu, a następnie powrót do konkretności. Był zdania, że procesy idealizacji, abstrahowania i konkretyzacji winny być powtarzane wiele razy, aby zapewnić wystarczające zrozumienie omawianych zagadnień. Poglądy Liboisa stały się później inspiracją dla Hansa Freudenthala (1905–1990).

Powyższe eksperymenty, niestety, miały niekorzystne znaczenie dla nauczania matematyki w wielu krajach, w tym również w Polsce. Autorzy rozdziału zauważyli, że metodologia prowadzenia eksperymentów pozostawiała wiele do życzenia: badania nie były w żaden sposób kontrolowane, a ich wyniki były dalekie od obiektywności. Nie wiemy, co kierowało autorami eksperymentów, być może była to chęć zaistnienia albo zarobienia dużych pieniędzy. Można się też zastanawiać, czy krytyczne uwagi były w ogóle publikowane.

Warto tu zaznaczyć, że francuscy boubakiści całą koncepcję *New Math* wymyśli dla korzyści finansowych, a eksperymentatorzy swoim nazwiskami poparli reformę, która była szkodliwa. Nasuwają się tutaj pytania: Co się stało z ich etyką? Czy władza państwowa może popierać eksperymenty bez uprzedniego przeprowadzenia krytycznych badań? Nie zmienia to faktu, że na kilka dziesięcioleci zrujnowano wówczas nauczanie matematyki<sup>3</sup>.

Wydźwięk tego rozdziału jest bardzo smutny zarówno dla świata naukowego, jak i dla rządów wprowadzających niesprawdzone, szkodliwe koncepcje edukacyjne. Ten rozdział stanowi przestrożę, aby w przyszłości uniknąć podobnych działań.

### **Rozdział V. Fulvia Furinghetti, Annamaria Somaglia, *The Role of a Journal on Teaching Mathematics and Sciences Issued at the Beginning of the 20th Century in Professionalizing Italian Primary School Teachers*, s. 79–105.**

Rozdział traktuje o pierwszym włoskim czasopiśmie poświęconym nauczaniu matematyki oraz nauk przyrodniczych w szkołach podstawowych: „Il Bollettino di Matematiche e di Scienze Fisiche e Naturali. Giornale per la Cultura dei Maestri delle Scuole Elementari e degli Alunni delle Scuole Normali”, wydawanym w latach 1899–1917.

Rozważania skoncentrowano na omówieniu programów studiów przyszłych nauczycieli szkół podstawowych w kontekście treści publikowanych w „Il Bollettino di Matematiche...”. Pierwszym redaktorem naczelnym tego czasopisma został Alberto Conti (1873–1940), którego całe życie zawodowe było skoncentrowane wokół nauczania matematyki. Conti utrzymywał ścisłe kontakty ze środowiskiem akademickim, do którego należeli m.in. Federigo Enriques (1871–1946), Gino Benedetto Loria (1862–1954) oraz Giuseppe Peano (1858–1932).

Zawartość „Il Bollettino di Matematiche...” nie była oryginalna. Dużo miej-

<sup>3</sup> O szkodliwych skutkach reformy *New Math* pisał m.in. wybitny matematyk rosyjski, pracujący również we Francji, Władimir I. Arnold (1937–2010): *О преподавании математики*, „Успехи Мат. Наук” 53(1), 1998, s. 229–234; polskie tłumaczenia: *O nauczaniu matematyki*, „Wiadomości matematyczne” 37(1), 2001, s. 17–26; *O nauczaniu matematyki*, „Postępy Fizyki” 51, 2000, s. 140–145.

sca zajmowały sprawy bieżące: ogłoszenia, nekrologi, listy do redakcji. Oprócz tego były zadania dla nauczycieli i uczniów, zagadki matematyczne, zadania z egzaminów dla nauczycieli oraz osobny dział poświęcony historii matematyki. Ciekawym jest, swoje prace publikowali tam również zawodowi matematycy: Federigo Enriques (nt. geometrii algebraicznej) i Giuseppe Peano (nt. logiki).

Jako ciekawostkę odnotujmy, że wśród periodyków dla nauczycieli wydawanych we Włoszech na przełomie XIX i XX w. autorki wymieniły również „Rivista di Matematica”, nie zajmując się jednak jego zawartością. Otóż w latach 1891–1906 redaktorem naczelnym „Rivista di Matematica” był Giuseppe Peano, który postawił sobie za cel zapisać całą ówczesną matematykę w języku symbolicznym. Faktycznie część artykułów, które publikował zawierała czysto symboliczne sformułowanie wybranych ksiąg *Elementów* Euklidesa przeznaczonych – w zamyśle Peano – do nauczania szkolnego. Włoskie idee propagował w Polsce Samuel Dickstein (1851–1939), m.in. w czasopiśmie „Wiadomości Matematyczne”.

#### **Rozdział VI. Alexander Karp, *Russian Mathematics Teachers, 1830–1880: Toward a Group Portrait*, s. 107–130.**

Niezwykle ciekawą część recenzowanej publikacji stanowi rozdział VI, oparty na materiałach znalezionych w archiwach petersburskich. Autor charakteryzuje tutaj nauczycieli gimnazjów klasycznych i gimnazjów realnych w czasach panowania carów Mikołaja I i Aleksandra II. Interesującym jest, że autor zmierza tutaj w stronę portretu zbiorowego, nie skupia uwagi czytelnika na różnicach, a przedstawia wspólne cechy rosyjskich nauczycieli, mianowicie ich dążność do uzyskania odpowiedniej rangi w służbie cywilnej. Przedstawiony portret zbiorowy jest niezwykle różnorodny, głównie ze względu na to, że charakterystyka nauczycieli z dużych miast nie przenosiła się na prowincję.

Lektura rozdziału nasuwa wniosek, że system oceny nauczycieli stosowany u nas w Galicji był niezwykle demokratyczny – zależał jedynie od wiedzy posiadanej przez kandydata. W Galicji nie było też istotne, czy nauczyciel jest z gimnazjum z Jasła, gdzie absolwentem był Hugo Steinhaus, czy ze stołecznego Lwowa, w którym gimnazjum realne ukończył Zygmunt Janiszewski (1888–1920)<sup>4</sup>. Inaczej wyglądało to już po II wojnie światowej<sup>5</sup>. Jeszcze inaczej o wysoki poziom nauczania matematyki zabiegano w Szkole Realnej w Toruniu, gdy obowiązywały w niej pruskie zasady nauczania (XIX i początek XX w.)<sup>6</sup>.

<sup>4</sup> Zob.: Stanisław Domoradzki, *Koncepcje kształcenia nauczycieli matematyki od czasów autonomii galicyjskiej do II wojny światowej*, [w:] *Opinie Edukacyjne Polskiej Akademii Umiejętności*, t. 10, PAU, Kraków 2012, s. 13–31.

<sup>5</sup> Zob.: Danuta Ciesielska, *Koncepcje kształcenia nauczycieli matematyki w Polsce po II wojnie światowej*, [w:] *Opinie Edukacyjne Polskiej Akademii Umiejętności*, t. 10, PAU, Kraków 2012, s. 33–50.

<sup>6</sup> Zob.: Karolina Karpińska, *Troska o naukowy wymiar nauczania matematyki w Szkole Realnej w Toruniu w II połowie XIX w.*, „Antiquitates Mathematicae” 8, 2014, s. 75–140.

W Petersburgu nauczyciele w hierarchii państwowej plasowali się wyjątkowo wysoko (podobnie jak oficerowie), byli oceniani za codzienną pracę i nienaganną służbę. Ten system oceny przetrwał dość długo. W kontekście tego zagadnienia niezwykle ciekawą lekturą jest monografia Joanny Schiller przedstawiająca portret zbiorowy nauczycieli warszawskich szkół średnich w I połowie XIX w.<sup>7</sup> Bardzo dobrze udokumentowany okres rozwoju matematyki oraz jej nauczania w czasach Komisji Edukacji Narodowej i pierwszych dziesięcioleciach porzbiowych wraz z ciekawą narracją można znaleźć w monografii *Matematyka polska epoki Oświecenia* Witolda Więśława<sup>8</sup>.

### **Rozdział VII. Elena Kiliari, Athanasios Gagatsis, Irene Papadaki, *Arithmetic Patterns in the „Arithmetic” of Petros Argyros, s. 131–142.***

W niniejszym rozdziale autorzy omawiają traktat *Arithmetic* (1632) autorstwa Petrosa Argyrosa. Analizę przeprowadzili na tle rodzącej się edukacji matematycznej w XVII-wiecznej Grecji.

Traktat powstał pod przemożnym wpływem m.in. *Liber Abbaci* (1202) Fibonacciego i jest zaliczany do włoskiej „tradycji abakusa”, czyli tradycji rozwiązywania problemów związanych z działalnością handlową, w której obok zadań praktycznych omawiano też „rozrywki” matematyczne. W części praktycznej *Arithmetic* kolejne rozdziały poświęcono: procentom i zniżkom, wymianie pieniędzy<sup>9</sup>, wymianie barterowej oraz kompaniom handlowym. Część „rozrywkowa” to sumowanie (skończonych) szeregów arytmetycznych.

Autorzy rozdziału dokonali szczegółowej analizy schematów, które Argyros wykorzystywał do rozwiązywania umieszczonych tam zadań. Warto tu zaznaczyć, że w *Arithmetic* i innych książkach włoskiej „tradycji abakusa” nie było nawet śladu rozważań algebraicznych np. rozwiązywania równań.

W Polsce, w 1787 r. ukazała się rozprawa Grzegorza Piramowicza SJ (1735–1801) pt. *Powinności nauczyciela...*, w której wśród celów stawianych kształceniu szkolnemu wymieniono przygotowanie dzieci do sprawnego radzenia sobie – możliwie dobrze, jak na tamte czasy – w sytuacjach z życia codziennego. Dlatego w rozdziale IV *O rozmierzaniu i budowaniu wiejskim – uwagi ogólne* autor skupił się na pomiarze gruntów oraz rozsądnym i dobrym gospodarowaniu<sup>10</sup>.

<sup>7</sup> Joanna Schiller, *Portret zbiorowy nauczycieli warszawskich publicznych szkół średnich 1795–1862*, Warszawa 1998.

<sup>8</sup> Witold Więśław, *Matematyka polska epoki Oświecenia*, Warszawa 2007.

<sup>9</sup> Problem przeliczeń z jednego systemu monetarnego na drugi został szeroko przedyskutowany również w *Vollständige Anleitung zur Algebra* (1765) Leonharda Eulera.

<sup>10</sup> Zob.: Stanisław Domoradzki, Edyta Gruszczyk-Kolczyńska, *Kamienie milowe w nauczaniu geometrii dzieci w Polsce od II połowy XIX w. do końca XX w.*, [w:] 37. międzynarodni konferencje *Historie matematyki*, red. J. Bečvář, M. Bečvářová, Praha 2016, s. 115–126.

**Rozdział VIII. Jenneke Krüger, Frans van Schooten Sr. (1581–1645). *Lecture Notes for the First Dutch Course for Engineers, Leiden, 1600–1681, s. 143–166.***

W 1600 r. na Uniwersytecie w Lejdzie został otwarty *Kurs Inżynierii* dla geodetów oraz inżynierów wojskowych. Był to pierwszy kurs tego typu w Holandii. Zakres materiału, metodykę nauczania oraz zajęcia praktyczne dla uczestników kursu opracował wybitny matematyk Simon Stevin (1548–1620), w dokumencie zatytułowanym *Instrukcja*. Językiem wykładowym, co wyjątkowe na tle ówczesnej Europy, był holenderski. Wykład nazywano *Duytsche Mathematique*, a jego słuchaczy „auditores”.

Simon Stevin był zwolennikiem reguły dydaktycznej, w której teoria poprzedza praktykę, a wreszcie prekursorem nauczania w języku holenderskim. Wszystko to znalazło odzwierciedlenie w jego *Instrukcji*. Stevin zalecał nauczanie arytmetyki liczb całkowitych, ułamków zwykłych<sup>11</sup> i, co nowe, skończonych ułamków dziesiętnych<sup>12</sup>. Naukę geometrii sprowadzał do obliczenia pól wielokątów oraz przybliżania figur, których brzegiem są krzywe (zamknięte), za pomocą trójkątów.

W latach 1611–1645 *Kurs Inżynierii* w Lejdzie prowadził Frans van Schooten Sr. (1581–1645). Przedmiotem tego rozdziału jest zrelacjonowanie programu *Kursu Inżynierii* na podstawie notatek van Schootena Sr. Jenneke Krüger odnalazła w nich systematyczne użycie notacji dziesiętnej wprowadzonej przez Stevina, co oceniła jako wyjątkowe na tle XVII-wiecznej Europy, a dalej, systematyczne stosowanie tablic trygonometrycznych oraz metodę triangulacji.

Autorka zwraca uwagę na wyjątkową oprawę graficzną wykładów. Zamieszcza m.in. zdjęcia grafik z holenderskimi pejzażami wkomponowanymi w trójkąty. Słuchacze *Kursu Inżynierii* musieli wyznaczyć m.in. wysokości i miary kątów tych trójkątów. Nie wątpimy, że taka forma wzbudzała zainteresowanie przyszłych geodetów i zachęcała do dokonywania rachunków.

Dodajmy, że idee Stevina propagował w Polsce Jan Brożek (1585–1652), profesor Akademii Krakowskiej.

**Rozdział IX. Antonio M. Oller-Marcén, Vicente Meavilla-Seguí, *Arithmetic in the Spanish Army at the End of the 19th Century: The Textbooks by Salinas and Benítez, s. 167–187.***

Pod koniec XIX w. w Hiszpanii matematyka stanowiła ważną część szkolenia wojskowego. W akademiach wojskowych dokonywano nawet odkryć matematycznych. Omawiany rozdział jest analizą podręcznika *Arithmética* autorstwa

<sup>11</sup> To właśnie Simon Stevin był odpowiedzialny za wprowadzenie ułamków do matematyki. Uczynił to w rozprawie *De Thiende* (1585).

<sup>12</sup> Warto podkreślić, że Stevin rozważał także nieskończone ułamki dziesiętne.



Manuela Beníteza i Ignacio Salinasa. Manuel Benítez y Parodi był majorem-generałem, członkiem Królewskiej Akademii Nauk Ścisłych, Fizycznych i Przyrodniczych, wiceprezesem Hiszpańskiego Towarzystwa Matematycznego. Ignacio Salinas y Angulo, także major-generał, to autor książek o treści prawniczej.

Wymieniwszy skrupulatnie podręczniki autorstwa Salinasa i Beníteza dotyczące arytmetyki, autorzy rozdziału przeszli do szczegółowej analizy dzieła *Arithmética* z 1884 r. (autorzy pracowali na wydaniu z 1898 r.) Był to oficjalny podręcznik wszystkich akademii wojskowych w Hiszpanii. W 1892 r. autorzy wydali jego uzupełnienie pt. *Pizarras por papelatas para el examen de Arithmética en la Academia General Militar*. Była to pozycja adresowana do osób chcących podjąć naukę w akademii wojskowej. Zawierała 38 arkuszy odpowiadających tematom egzaminu wstępnego do akademii i była raczej zbiorem gotowych schematów rozwiązań niż podręcznikiem. W tym samym roku Salinas i Benítez wydali również książkę *Manual para las clases de tropa*, która wygrała konkurs na oficjalny podręcznik *General Military Academy*. Uczyli się z niej zarówno szeregowi żołnierze, jak i generałowie, a treść obejmowała nie tylko zagadnienia matematyczne, ale również gramatykę, historię, prawo i etykę.

W armii hiszpańskiej przez dziesięciolecia używano tego samego podręcznika. Umożliwiło to porównanie wymogów z arytmetyki obowiązujących na różnych poziomach kształcenia. Wnioski są następujące: (1) sierżantów obowiązywały te same treści, co nauczycieli szkoły podstawowej, (2) żołnierze szeregowi otrzymywali szkolenie w zakresie podstawowym, a kaprale w zakresie ponadpodstawowym, (3) oficerów obowiązywał ten sam materiał, co inżynierów i architektów, (4) szkolenie arytmetyczne było ważną częścią edukacji w hiszpańskiej armii, uwagę skupiono na zastosowaniach praktycznych.

#### **Rozdział X. Johan Prytz, *The New Math and School Governance: An Explanation of the Decline of the New Math in Sweden*, s. 189–216.**

*New Math*, to temat rzeka. Autor omawianego rozdziału skoncentrował się na analizie czynników, które wpłynęły na upadek tej reformy w Szwecji. W rozważaniach powiązał edycję nowych podręczników szkolnych, proces zarządzania szwedzkim systemem szkolnym oraz sprawy ekonomiczne. Takie podejście do zagadnienia jest wyjątkowo ciekawe.

Ambicją twórców reformy było, aby nauczyciele korzystali z nowych podręczników szkolnych, dostosowanych do postulatów *New Math*. Te wydane (lub zredagowane) w latach 1970–1974 w większości były zgodne z nowym programem nauczania matematyki, ale już od 1975 r. zaczęto wydawać coraz więcej podręczników, które znacznie odbiegały od podstawowych idei *New Math*. Był to początek końca reformy.

Szwedzkie organy państwowe nadzorujące system edukacji już na początku lat 70. XIX w. zaczęły ulegać decentralizacji. W rezultacie reforma *New Math*

szybciej traciła tam na ważności niż w innych krajach. Warto tu zaznaczyć, że *New Math* została dobrze przyjęta w państwach bloku wschodniego, chociaż w samym Związku Radzieckim nie zyskała aprobaty.

W Polsce wprowadzenie *New Math* wyrządziło w dydaktyce i metodyce matematycznego kształcenia dzieci znaczne szkody i spustoszenia. Niestety skutki takiego kształcenia odczuwamy do dzisiaj. Ważne i ciekawe spostrzeżenia w tym kontekście przedstawili: pedagog Edyta Gruszczyk-Kolczyńska<sup>13</sup> oraz matematyk i popularyzator matematyki Michał Szurek<sup>14</sup>.

### **Rozdział XI. Sethykar SamAn, *History of Mathematics Instruction in Colonial and Early Post-colonial Cambodia*, s. 217–240.**

Rozdział XI recenzowanej książki jest poświęcony historii edukacji matematycznej w Kambodży. Jak zaznaczył autor, okres panowania Czerwonych Khmerów (1975–1979) przyniósł zniszczenie większości źródeł pisanych, dlatego wszelkie badania związane z historią Kambodży są niezwykle trudne.

Przypomnijmy, że Kambodża w 1863 r. stała się kolonią francuską. Niepodległość uzyskała dopiero w 1953 r. Przed okresem kolonialnym jej system edukacji odwoływał się do tradycji indyjskich. W okresie kolonii przejęto model francuski (podobnie było w Indochinach, które również były kolonią Francji).

Autorowi udało się odtworzyć system edukacyjny i sposób prowadzenia lekcji matematyki z końcowych lat ery kolonialnej i początkowych lat niepodległości. Uczynił to na podstawie analizy serii bardzo ciekawych wywiadów przeprowadzonych z osobami, które w latach ok. 1940 – ok. 1960 pobierały naukę w różnego rodzaju szkołach w Kambodży. Przedstawiono sześć dość obszernych rozmów, z których dowiadujemy się nie tylko o trudnych warunkach pracy, ale też o nauczycielach pozwalających na własny sposób rozumienia matematyki oraz o khmerskich nauczycielach wdrażających zupełnie inne wzorce. To dzięki pozostałościom francuskiego systemu edukacyjnego uczniowie na lekcjach matematyki stosowali własne strategie, a to nauczyło ich racjonalnego myślenia potrzebnego w życiu dorosłym.

Reasumując, jest to poruszający rozdział o głębokim przesłaniu: matematyka nie ma granic, można się jej uczyć nawet w tragicznych warunkach, jest nie tylko drogą do wiedzy, ale i wolności myślenia.

### **Rozdział XII. Gert Schubring, *Patterns for Studying History of Mathematics: A Case Study of Germany*, s. 241–259.**

Badania w zakresie historii nauczania i uczenia się matematyki są interdyscy-

---

<sup>13</sup> Edyta Gruszczyk-Kolczyńska, *Ćwierć wieku modernizacji nauczania matematyki. Czyli o sposobach i konsekwencjach wprowadzania idei nowej matematyki do edukacji matematycznej dzieci*, „Matematyczna Edukacja Dzieci” 2, 2017, s. 5–48.

<sup>14</sup> Michał Szurek, *Co to jest matematyka?*, stała rubryka pt. *ROzmaitości MAtematyczne*, „Młody Technik”, zob.: [https://pl.wikipedia.org/wiki/Nowa\\_Matematyka](https://pl.wikipedia.org/wiki/Nowa_Matematyka) [dostęp: 9.03.2020].

plinarne w obszarach: historii, historii edukacji (oświaty), badań edukacyjnych, socjologii i historii matematyki. Omawiając interdyscyplinarność autor wprowadza tutaj nowe narzędzie metodologiczne, tzw. parę składającą się z koncepcji lokalnej i koncepcji globalnej. Stosuje historiografię do badań nad historią matematyki, dla której dużym i trudnym wyzwaniem jest ujawnienie tego, co ma w niej charakter lokalny i zapewnienie wglądu w globalne wzorce, które umożliwiają generalizowanie wyników. To trudne zadanie ukazuje na przykładzie Niemiec – kraju, który nie rozwijał się jako zjednoczony.

Ziemie niemieckie, do 1806 r. wchodzące w skład niezwykle zróżnicowanego Świętego Cesarstwa Rzymskiego, składały się z prawie 300 drobnych państw (księstw, dóbr kościelnych, królestw itd.), z których każde miało własne wewnętrzne interesy, racje i potrzeby. Ta różnorodność ziem niemieckich w wyniku reformy protestanckiej z XVI–XVII w. podzieliła je na część protestancką i katolicką. Autor zajął się jedną z konsekwencji takiego podziału – efektem nauczania matematyki. Interesująca lektura, trudna do zwięzłego przekazania. System nowej edukacji w Niemczech oparty był na kompromisie pomiędzy humanistyczną koncepcją programową a koncepcją modernizującą, otwartą na rozwój technologiczny.

Komplementarność między globalnymi i lokalnymi aspektami ukazano na przykładzie Programu Merańskiego, który opracowano pod przewodnictwem Felixa Kleina (1849–1925) i ogłoszono w 1905 r. Program ten miał znaczenie międzynarodowe, w tym także i w Polsce zarówno przed, jak i po odzyskaniu niepodległości w 1918 r.<sup>15</sup> Lektura rozdziału pozwala w innym świetle spojrzeć na idee w nim zawarte. Szkoda, że postulaty Felixa Kleina nie są współcześnie uwzględniane w większości programów kształcenia nauczycieli matematyki i nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej.

### **Rozdział XIII. Harm Jan Smid, *A Teacher of Mathematics in Times of Change*, s. 261–278.**

Rozdział ten jest poświęcony przybliżeniu postaci Michaela Izaaka Swartsa Bevela (1778–1833). Bevel urodził się w Amsterdamie, wychował się sierocińcu prowadzonym przez Menonitów. Swoją karierę nauczycielską rozpoczął jako asystent nauczyciela w szkole podstawowej. Później uczył matematyki m.in. w prestiżowych szkołach garnizonu w Lejdzie. Równocześnie przygotowywał podręczniki szkolne do arytmetyki. Bevel był prełożonym Towarzystwa *Mathesis Scientiarum Genitrix*, a od 1820 r. inspektorem dla regionu lejdejskiego ds. wprowadzenia systemu metrycznego. Jego dokonania, konsekwentna i sumienna praca, były bar-

<sup>15</sup> Zob. m.in.: Karolina Karpińska, *Teaching thinking in terms of functions – fulfilling the fundamental idea of Merano Programme in the Torun Classic Gymnasium in early twentieth century*, „Technical Transactions / Czasopismo Techniczne” 2-NP, 2015, s. 173–190; Krystyna Wuczyńska, *Program Merański w Polsce*, „Anitiquitates Mathematicae” 3, 2009, s. 263–285.

dzo cenione w regionie Lejdy. Tytułowe „Times of Change”, w których działał, to czasy zmian społeczno-politycznych, które sprzyjały działalności mniejszości religijnych w Holandii.

Nie jest to tylko biografia aktywnego nauczyciela; jest to opowieść o ludziach, których bohater spotykał i o czasach, w których żył – przełożonych, darczyńcach, uczniach. Widzimy w niej troskę o zachowanie w pamięci różnych przejawów działalności oświatowej w zakresie matematyki i dziedzin pokrewnych. Widać pochwałę pracy.

W Polsce takich nauczycieli było i jest wielu, wciąż czekają na swoją opowieść. Warto w tym miejscu polecić dwa tomy *Pamiętników* (2011) Zygmunta Rewkowskiego (1807–1893)<sup>16</sup>. W 1829 r. na Uniwersytecie Wileńskim została założona, bodaj pierwsza na świecie, katedra rachunku prawdopodobieństwa. Rewkowski wykładał tam w latach 1830–1831. Trzy dekady później zajął się zastosowaniami matematyki w ekonomii. Przez 25 lat przebywał jako zesłaniec na Kaukazie.

#### **Rozdział XIV. Alexei Volkov, *Visual Representations of Arithmetical Operations Performed with Counting Instruments in Chinese Mathematical Treatises*, s. 279–304.**

Ostatni rozdział recenzowanej książki poświęcony jest omówieniu możliwości wykorzystania znanych i uznanych chińskich przyrządów matematycznych wspomagających rachowanie: dwóch rodzajów patyczków liczbowych (*suazi* i *chousuan*) oraz chińskiego abaku o nazwie *suanpan*, we współczesnej praktyce edukacyjnej.

Działania arytmetyczne w starożytnych i średniowiecznych Chinach wykonywano na desce rachunkowej poliniowanej w wiersze i kolumny, do liczenia używano wówczas pałeczek rachunkowych wykonanych z bambusa, kości słoniowej i metalu. Powstawał w ten sposób *suanpan*, który z wyglądu bardzo przypominał dobrze znane u nas liczydło rosyjskie.

Podczas lektury rozdziału można poczuć się chińskim uczniem, któremu do przedśledzenia prezentowanych przykładów potrzebna jest niezwykła skrupulatność i skupienie. Na szczególną uwagę zasługują omówienia najwcześniejszych chińskich traktatów zawierających wizualne odniesienia do operacji, które należało wykonać na omawianych przyrządach, aby otrzymać wyniki działań arytmetycznych na dużych liczbach. Traktaty te pochodziły z początku drugiego tysiąclecia naszej ery.

Treści zawarte w tym rozdziale mogą być bardzo pomocne dla dydaktyków matematyki oraz osób prowadzących wykłady z historii matematyki i historii oświaty. Przyrządy kalkulacyjne, to ciekawy i ważny temat w kształceniu ucz-

<sup>16</sup> Zygmunt Rewkowski, *Pamiętniki*, t. 1 (*Wilno. Ostatnie lata Uniwersytetu*), t. 2 (*Zesłanie. W żołdacy na Kaukaz*), Wrocław 2011 (z rękopisu przygotował, opatrzył wstępem i przypisami Witold Więśław).

niów i studentów. W Polsce mamy zbiory takich przyrządów m.in. w Muzeum Uniwersytetu Jagiellońskiego<sup>17</sup>.

Redaktorzy monografii *Researching the History of Mathematics Education. An International Overview*, reprezentują dwa znane uniwersytety: University of Genoa (Włochy) i Columbia University (USA). Naszą uwagę zwrócił fakt, że oboje są profesorami edukacji matematycznej, jeden na Wydziale Matematyki, drugi w *Teachers College*. Co więcej, większość autorów poszczególnych rozdziałów pracuje nie tylko na wydziałach pedagogicznych, historycznych, specjalnych centrach naukowych poświęconych edukacji matematycznej, ale również na wydziałach ekonomicznych, biznesowych i technicznych. Reprezentują oni: Belgię, Brazylię, Cypr, Francję, Hiszpanię, Holandię, Islandię, Szwecję, Włochy, Kambodżę oraz Tajwan. Historia edukacji matematycznej, historia matematyki, jest doceniana na różnych uczelniach i kierunkach na całym świecie. W Polsce wspomnianego zjawiska nie obserwujemy, trudno *ad hoc* pokusić się o podanie powodów takiego zjawiska<sup>18</sup>, ale warto podkreślić, że w recenzowanej monografii wyraźnie zauważalny jest brak autorów z Europy Środkowo-Wschodniej.

Lektura książki zachęca do stawiania pytań o uniwersalny charakter nauczania i uczenia się matematyki poprzez różnorodne środki i sposoby. Jest to ciekawa pozycja dla matematyków, historyków, pedagogów, historyków nauki oraz dydaktyków matematyki.

Niezwykle potrzebne jest przygotowanie podobnej monografii związanej z kształceniem na ziemiach polskich. Pozwoliłoby to ustalić dlaczego (częściowo po odzyskaniu niepodległości, a finalnie po II wojnie światowej) został u nas zahamowany rozwój koncepcji edukacyjnych w zakresie kształcenia matematyki.

---

<sup>17</sup> Zob.: Danuta Ciesielska, Krzysztof Ciesielski, *Matematyczna wędrówka po Krakowie*, Wydział Matematyki i Informatyki UJ, Oddział Krakowski PTM, Kraków 2019 [przystanek Collegium Maius, s. 7–15]; Ewa Wyka, *Kostki wg J. Napiersa – siedemnastowieczny przyrząd kalkulacyjny. Rola i znaczenie w rozwoju metod obliczeniowych*, „Prace Komisji Historii Nauki Polskiej Akademii Umiejętności” 2, 2000, s. 91–105; Krzysztof Maślanka, Jacek Rodzeń, Ewa Wyka, *Trójwymiarowe modele matematyczne na przykładzie obiektów ze zbiorów Muzeum Uniwersytetu Jagiellońskiego*, „Studia Historiae Scientiarum” 18, 2019, s. 257–293.

<sup>18</sup> Zob.: Krzysztof Maślanka, *Historia nauki w oczach fizyków i matematyków*, „Analecta. Studia i materiały z dziejów nauki” 2, 2018, s. 79–97; Roman Duda, *O sytuacji historii matematyki w Polsce*, „Wiadomości Matematyczne” 53(1), 2017, s. 83–118.